

Лекция 8

Системы нечеткого вывода

Часть 1

Нечеткий вывод занимает центральное место в нечеткой логике и системах нечеткого управления. Процесс нечеткого вывода представляет собой некоторую процедуру или алгоритм получения нечетких заключений на основе нечетких условий или предпосылок с использованием рассмотренных выше понятий нечеткой логики. Этот процесс соединяет в себе все основные концепции теории нечетких множеств: функции принадлежности, лингвистические переменные, нечеткие логические операции, методы нечеткой импликации и нечеткой композиции.

Системы нечеткого вывода предназначены для реализации процесса нечеткого вывода и служат концептуальным базисом всей современной нечеткой логики. Достигнутые успехи в применении этих систем для решения широкого класса задач управления послужили основой становления нечеткой логики как прикладной науки с богатым спектром приложений. Системы нечеткого вывода позволяют решать задачи автоматического управления, классификации данных, распознавания образов, принятия решений, машинного обучения и многие другие.

Поскольку разработка и применение систем нечеткого вывода имеет междисциплинарный характер, данная проблематика исследований тесно взаимосвязана с целым рядом других научно-прикладных направлений, таких как: нечеткое моделирование, нечеткие экспертные системы, нечеткая ассоциативная память, нечеткие логические контроллеры, нечеткие регуляторы и просто нечеткие системы.

8.1. Базовая архитектура систем нечеткого вывода

Рассматриваемые в настоящей лекции системы нечеткого вывода являются частным случаем продукционных нечетких систем или систем нечетких правил продукций, в которых условия и заключения отдельных правил формулируются в форме нечетких высказываний относительно значений тех или иных лингвистических переменных. Поскольку нечеткие лингвистические высказывания имеют фундаментальное значение в контексте современной нечеткой логики, изучение систем нечеткого вывода начнем именно с них.

Нечеткие лингвистические высказывания

Определение 8.1 *Нечетким лингвистическим высказыванием* будем называть высказывания следующих видов.

1. Высказывание " β есть α ", где β — наименование лингвистической переменной, α — ее значение, которому соответствует отдельный лингвистический терм из базового терм-множества T лингвистической переменной β .
2. Высказывание " β есть $\nabla\alpha$ ", где ∇ — *модификатор*, соответствующий таким словам, как: "ОЧЕНЬ", "БОЛЕЕ ИЛИ МЕНЕЕ", "МНОГО БОЛЬШЕ" и другим, которые могут быть получены с использованием процедур G и M данной лингвистической переменной.
3. Составные высказывания, образованные из высказываний видов 1 и 2 и нечетких логических операций в форме связок: "И", "ИЛИ", "ЕСЛИ-ТО", "НЕ".

Поскольку в системах нечеткого вывода нечеткие лингвистические высказывания занимают центральное место, далее будем их называть просто нечеткими высказываниями.

Пример 8.1. Рассмотрим некоторые примеры нечетких высказываний. Первое из них — "*скорость автомобиля высокая*" представляет собой нечеткое высказывание первого вида, в рамках которого лингвистической переменной "*скорость автомобиля*" присваивается

значение "высокая". При этом предполагается, что на универсальном множестве X переменной "скорость автомобиля" определен соответствующий лингвистический терм "высокая", который задается в форме функции принадлежности некоторого нечеткого

Нечеткое высказывание второго вида "скорость автомобиля очень высокая" означает, что лингвистической переменной "скорость автомобиля" присваивается значение "высокая" с модификатором "ОЧЕНЬ", который изменяет значение соответствующего лингвистического термина "высокая" на основе использования некоторой расчетной формулы, например для операции концентрации $CON(\tilde{A})$ нечеткого множества $\tilde{A}$ для термина "высокая".

Нечеткое высказывание второго вида "скорость автомобиля более или менее высокая" означает, что лингвистической переменной "скорость автомобиля" присваивается значение "высокая" с модификатором "БОЛЕЕ ИЛИ МЕНЕЕ", который изменяет значение соответствующего лингвистического термина "высокая" на основе использования некоторой расчетной формулы, например для операции растяжения $DIL(\tilde{A})$ нечеткого множества $\tilde{A}$ для термина "высокая".

Ниже на рис. 8.1. изображен пример функции принадлежности терм-множества "средняя" лингвистической переменной "скорость автомобиля" (а) и определение значений функций принадлежности этого же терм-множества для модификаторов "ОЧЕНЬ" (б) и "БОЛЕЕ ИЛИ МЕНЕЕ" (в).

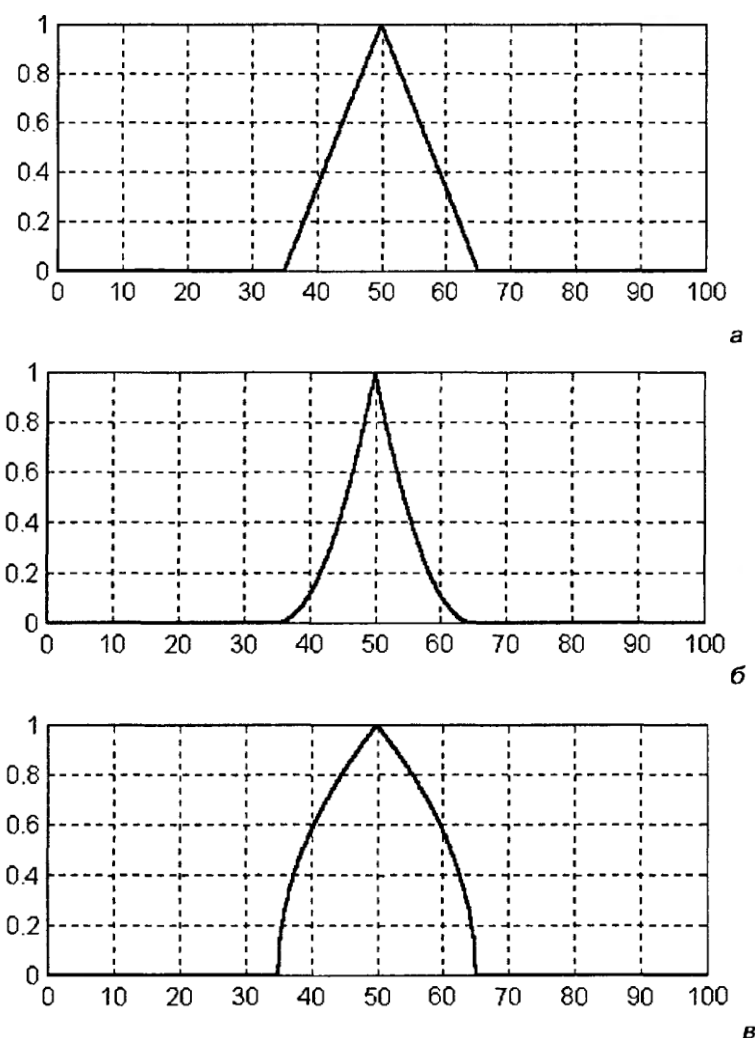


Рис. 8.1. Применение модификаторов "ОЧЕНЬ" (б) и "БОЛЕЕ ИЛИ МЕНЕЕ" (в) к терму "средняя скорость" (а)

Наконец, нечеткое высказывание третьего вида "скорость автомобиля высокая и расстояние до перекрестка близкое" означает, что одной лингвистической переменной "скорость автомобиля" присваивается значение "высокая", а другой лингвистической переменной "расстояние до перекрестка" присваивается значение "близкое". Эти нечеткие высказы-

вания первого вида соединены логической операцией нечеткая конъюнкция (операцией нечеткое "И").

Правила нечетких продукций в системах нечеткого вывода

Как уже отмечалось в начале этой лекции, рассматриваемые здесь системы нечеткого вывода являются частным случаем продукционных нечетких систем или систем нечетких правил продукций вида, определение которых было дано ранее в лекции 7. Основная особенность нечетких правил, используемых в системах нечеткого вывода, — условия и заключения отдельных нечетких правил формулируются в форме нечетких высказываний вида 1—3 относительно значений тех или иных лингвистических переменных.

Таким образом, всюду далее под *правилом нечеткой продукции* или просто — *нечеткой продукцией* будем понимать выражение следующего вида: $(i) : Q; P; A \Rightarrow B; S, F, N$, в котором все компоненты определены согласно (7.17), за исключением того, что условие ядра (антецедент) $\tilde{A}$ и заключение ядра (консеквент) $\tilde{B}$ представляют собой нечеткие лингвистические высказывания вида 1—3.

Простейший вариант правила нечеткой продукции, который наиболее часто используется в системах нечеткого вывода, может быть записан в форме:

$$\text{ПРАВИЛО } \langle \# \rangle: \text{ЕСЛИ } " \beta_1 \text{ есть } \alpha "" , \text{ ТО } " \beta_2 \text{ есть } \alpha' "" . \quad (8.1)$$

Здесь нечеткое высказывание $" \beta_1 \text{ есть } \alpha ""$ представляет собой условие данного правила нечеткой продукции, а нечеткое высказывание $" \beta_2 \text{ есть } \alpha' ""$ — нечеткое заключение данного правила. При этом считается, что $\beta_1 \neq \beta_2$.

Примечание

Запись простейшего варианта правила нечеткой продукции в англоязычной транскрипции: RULE $\langle \# \rangle$: IF " $\beta_1 \text{ есть } \alpha$ ", THEN " $\beta_2 \text{ есть } \alpha'$ " считается эквивалентной записи (8.1), если не оговорено обратное. Использование той или иной записи определяется соображениями удобства или необходимости следования некоторым стандартным нотациям.

Определение 8.2. Система нечетких правил продукций или продукционная нечеткая система представляет собой некоторое согласованное множество отдельных нечетких продукций или правил нечетких продукций в форме "ЕСЛИ $\tilde{A}$, ТО $\tilde{B}$ " (или в виде: "IF $\tilde{A}$ THEN $\tilde{B}$ "), где $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ — нечеткие лингвистические высказывания вида 1, 2 или 3. Два последних случая нечетких высказываний требуют дополнительного пояснения.

Рассмотрим вариант использования в качестве условия или заключения в некотором правиле нечеткой продукции нечеткого высказывания вида 2, т. е. вида: $" \beta \text{ есть } \forall \alpha "$, где $\forall$ — модификатор, определяемый процедурами G и M лингвистической переменной β . Пусть терму α соответствует нечеткое множество $\tilde{A}$. В этом случае исходное нечеткое высказывание $" \beta \text{ есть } \forall \alpha "$ можно преобразовать к виду 1 в форме нечеткого высказывания $" \beta \text{ есть } \alpha' "$, где терм α' получается на основе применения определенной процедурами G и M операции к нечеткому множеству $\tilde{A}$. Полученное в результате подобной операции нечеткое множество $\tilde{A}'$ принимается за значение терм-множества α' .

Если в качестве условия или заключения используются составные нечеткие высказывания, т. е. образованные из высказываний видов 1 и 2 и нечетких логических операций в форме связок: "И", "ИЛИ", "ЕСЛИ-ТО", "НЕ", то ситуация несколько усложняется. Поскольку вариант использования нечетких высказываний вида 2 сводится к нечетким высказываниям вида 1, то достаточно рассмотреть сложные высказывания, в которых нечеткими логическими операциями соединены только нечеткие высказывания вида 1.

Эта ситуация может соответствовать простейшему случаю, когда нечеткими логическими операциями соединены нечеткие высказывания, относящиеся к одной и той же лингвистической переменной, т. е. в форме: $" \beta \text{ есть } \alpha ""$ ОП $" \beta \text{ есть } \alpha' ""$, где ОП — некоторая из бинарных операций нечеткой конъюнкции "И" или нечеткой дизъюнкции "ИЛИ".

Очевидно, в этом простейшем случае нечеткое высказывание " β есть α " И " β есть α' " эквивалентно нечеткому высказыванию " β есть α^* ", где терм-множеству α^* соответствует нечеткое множество равное пересечению нечетких множеств $\tilde{A}'$ и $\tilde{A}''$, которые соответствуют термам α' и α . При этом операция пересечения определяется одним из ранее рассмотренных способов.

Соответственно, нечеткое высказывание " β есть α " ИЛИ " β есть α' " эквивалентно нечеткому высказыванию " β есть α^* ", где терм-множеству α^* соответствует нечеткое множество равное объединению нечетких множеств $\tilde{A}'$ и $\tilde{A}''$, которые соответствуют термам α' и α . При этом операция объединения определяется одним из ранее рассмотренных способов.

Пример 8.2. Рассмотрим составное нечеткое высказывание вида 3: "*скорость автомобиля средняя и скорость автомобиля высокая*". Ему соответствуют два нечетких высказывания первого вида, соединенные логической операцией нечеткой конъюнкции. Тогда исходное нечеткое высказывание эквивалентно нечеткому высказыванию первого вида: "*скорость автомобиля средняя и высокая*". Функция принадлежности терма "*средняя и высокая*" изображена на рис. 8.2, б более темным фоном, при этом результат нечеткой конъюнкции определялся по формуле (4.3).

Рассмотрим аналогичное составное нечеткое высказывание вида 3: "*скорость автомобиля средняя или скорость автомобиля высокая*". Ему также соответствуют два нечетких высказывания первого вида, соединенные логической операцией нечеткой дизъюнкции. Тогда исходное нечеткое высказывание эквивалентно нечеткому высказыванию первого вида: "*скорость автомобиля средняя или высокая*". Функция принадлежности терма "*средняя или высокая*" изображена на рис. 8.2, в более темным фоном, при этом результат нечеткой дизъюнкции определялся по формуле (4.4).

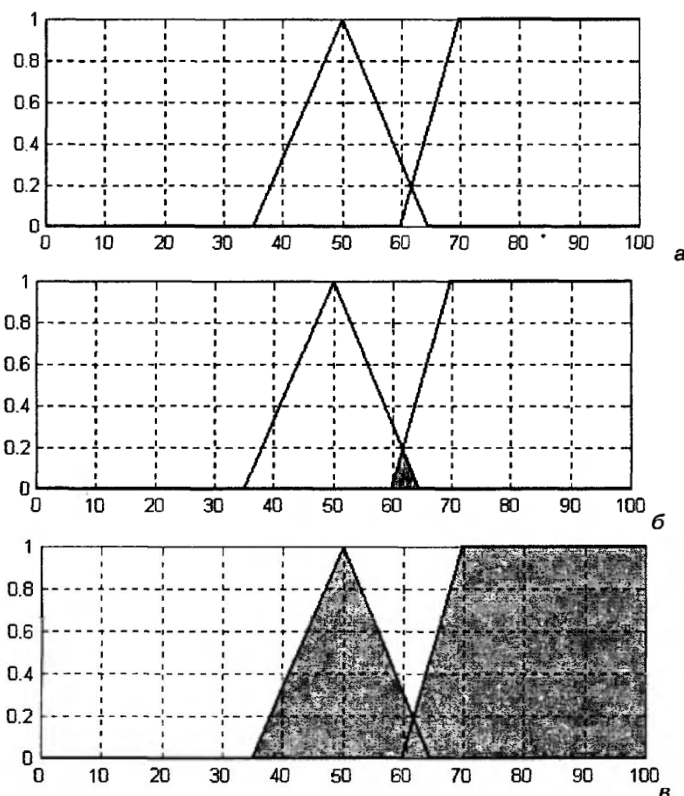


Рис. 8.2. Преобразование составных нечетких высказываний, относящихся к одной и той же лингвистической переменной

Во-вторых, ситуация может соответствовать более сложному случаю, когда нечеткими логическими операциями соединены нечеткие высказывания, относящиеся к разным лин-

лингвистическим переменным в условии правила нечеткой продукции, т. е. в форме: " β_1 есть α " ОП " β_2 есть α' ", где ОП — некоторая из бинарных операций нечеткой конъюнкции "И" или нечеткой дизъюнкции "ИЛИ", а β_1 и β_2 — различные лингвистические переменные.

Этот вариант правил нечетких продукций может быть записан в следующей общей форме:

ПРАВИЛО <#>: ЕСЛИ " β_1 есть α " И " β_2 есть α' " ТО " β_3 есть v "

или

(8.2)

ПРАВИЛО <#>: ЕСЛИ " β_1 есть α " ИЛИ " β_2 есть α' " ТО " β_3 есть v ".

Здесь нечеткие высказывания: " β_1 есть α " И " β_2 есть α' ", " β_1 есть α " ИЛИ " β_2 есть α' " представляют собой условия правил нечетких продукций, а нечеткое высказывание " β_3 есть v " — заключение правил. При этом считается, что $\beta_1 \neq \beta_2 \neq \beta_3$, а каждое из нечетких высказываний " β_1 есть α ", " β_1 есть α' " называют *подусловиями* данных правил нечетких продукций.

В случае правил нечетких продукций в форме (8.2) необходимо использовать один из методов агрегирования условий в левой части этих правил. Соответствующие методы агрегирования рассматриваются ниже при описании этапа агрегирования.

Наконец, нечеткими логическими операциями могут быть соединены нечеткие высказывания, относящиеся к разным лингвистическим переменным в заключении правила нечеткой продукции, т. е. в форме: " β_1 есть α " ОП " β_2 есть α' ", где ОП — некоторая из бинарных операций нечеткой конъюнкции "И" или нечеткой дизъюнкции "ИЛИ", а β_1 и β_2 — различные лингвистические переменные.

Этот вариант правил нечетких продукций может быть записан в следующей общей форме:

ПРАВИЛО <#>: ЕСЛИ " β_1 есть α " ТО " β_2 есть α' " И " β_3 есть v "

или

(8.3)

ПРАВИЛО <#>: ЕСЛИ " β_1 есть α " ТО " β_2 есть α' " ИЛИ " β_3 есть v "

Здесь нечеткое высказывание " β_1 есть α " представляет собой условие правил нечетких продукций, а нечеткие высказывания: " β_2 есть α' " И " β_3 есть v ", " β_2 есть α' " ИЛИ " β_3 есть v " — заключения данных правил. При этом считается, что $\beta_1 \neq \beta_2 \neq \beta_3$, а каждое из нечетких высказываний " β_2 есть α' ", " β_3 есть v " называют *подзаключениями* данного правила нечеткой продукции.

В случае правил нечетких продукций в форме (8.3) необходимо использовать один из методов аккумуляции заключений в правилах нечетких продукций. Эти методы также рассматриваются ниже при описании этапа аккумуляции.

Механизм или алгоритм вывода в системах нечеткого вывода.

Механизм или алгоритм вывода является следующей важной частью базовой архитектуры систем нечеткого вывода. Применительно к системам нечеткого вывода механизм вывода представляет собой конкретизацию рассмотренных ранее методов прямого и обратного вывода заключений в системах нечетких продукций (см. лекцию 7). В данном случае алгоритм вывода оперирует правилами нечетких продукций, в которых условия и заключения записаны в форме нечетких лингвистических переменных.

Для получения заключений в системах нечеткого вывода предложены несколько алгоритмов, характерные особенности и примеры, применения которых изложены ниже в настоящей лекции. Описание этих алгоритмов базируется на разделении процесса вывода на ряд последовательных этапов, которые рассматриваются в следующем разделе. Тем самым оказывается возможным не только достичь определенной систематизации понятий нечеткой логики, но и получить некоторую общую схему, которая позволяет формировать и другие алгоритмы нечеткого вывода.

8.2. Основные этапы нечеткого вывода

Говоря о нечеткой логике, чаще всего имеют в виду системы нечеткого вывода, которые широко используются для управления техническими устройствами и процессами. Разработка и применение систем нечеткого вывода включают в себя ряд этапов, реализация которых выполняется с помощью рассмотренных ранее основных положений нечеткой логики.

Информацией, которая поступает на вход системы нечеткого вывода, являются измеренные некоторым образом входные переменные. Эти переменные соответствуют реальным переменным процесса управления. Информация, которая формируется на выходе системы нечеткого вывода, соответствует выходным переменным, которыми являются управляющие переменные процесса управления.

Системы нечеткого вывода предназначены для преобразования значений входных переменных процесса управления в выходные переменные на основе использования нечетких правил продукций. Для этого системы нечеткого вывода должны содержать базу правил нечетких продукций и реализовывать нечеткий вывод заключений на основе посылок или условий, представленных в форме нечетких лингвистических высказываний.

Таким образом, основными этапами нечеткого вывода являются (рис. 8.3).

- Формирование базы правил систем нечеткого вывода.
- Фаззификация входных переменных.
- Агрегирование подусловий в нечетких правилах продукций.
- Активизация или композиция подзаключений в нечетких правилах продукций.
- Аккумуляирование заключений нечетких правил продукций.

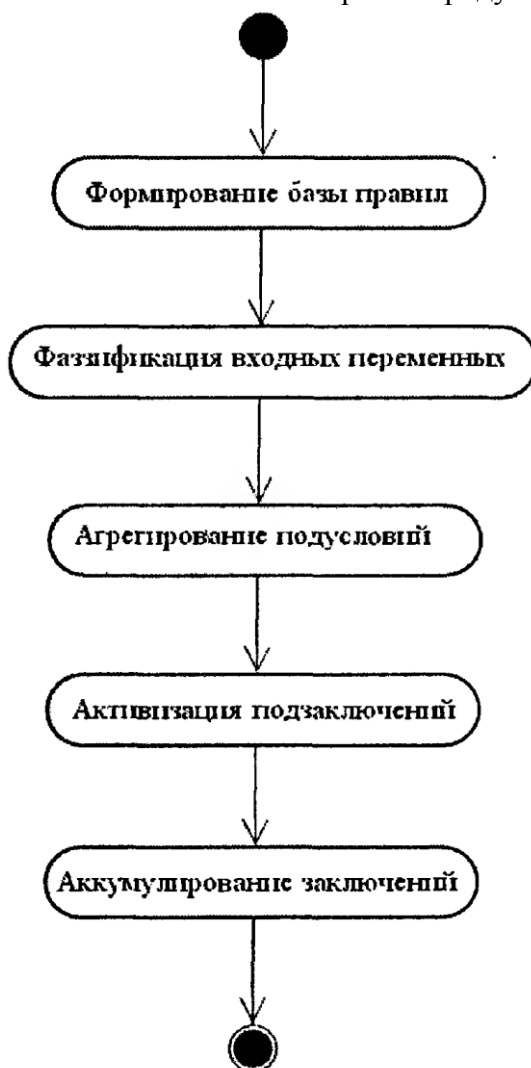


Рис. 8.3. Диаграмма деятельности процесса нечеткого вывода в форме диаграммы деятельности языка UML

Ниже рассматриваются основные особенности каждого из этих этапов и приводятся простые примеры их выполнения.

Формирование базы правил систем нечеткого вывода

База правил систем нечеткого вывода предназначена для формального представления эмпирических знаний или знаний экспертов в той или иной проблемной области. В системах нечеткого вывода используются правила нечетких продукций, в которых условия и заключения сформулированы в терминах нечетких лингвистических высказываний рассмотренных выше видов. Совокупность таких правил будем далее называть базами правил нечетких продукций.

Определение 8.3. База правил нечетких продукции представляет собой конечное множество правил нечетких продукций, согласованных относительно используемых в них лингвистических переменных. Наиболее часто база правил представляется в форме структурированного текста:

$$\begin{aligned} \text{ПРАВИЛО_1: ЕСЛИ "Условие_1" ТО "Заключение_1" } (F_1) \\ \text{ПРАВИЛО_2: ЕСЛИ "Условие_2" ТО "Заключение_2" } (F_2) \\ \dots \\ \text{ПРАВИЛО_n: ЕСЛИ "Условие_n" ТО "Заключение_n" } (F_n) \end{aligned} \quad (8.4)$$

или в эквивалентной форме:

$$\begin{aligned} \text{RULE_1: IF Condition_1 THEN Conclusion_1 } (F_1) \\ \text{RULE_2: IF Condition_2 THEN Conclusion_2 } (F_2) \\ \dots \\ \text{RULE_n: IF Condition_n THEN Conclusion_n } (F_n) \end{aligned} \quad (8.5)$$

Здесь через F_i ($i \in \{1, 2, \dots, n\}$) обозначены *коэффициенты определенности* или *весовые коэффициенты* соответствующих правил. Эти коэффициенты могут принимать значения из интервала $[0, 1]$. В случае если эти весовые коэффициенты отсутствуют, удобно принять, что их значения равны 1.

Согласованность правил относительно используемых лингвистических переменных означает, что в качестве условий и заключений правил могут использоваться только нечеткие лингвистические высказывания вида (8.2) и (8.3), при этом в каждом из нечетких высказываний должны быть определены функции принадлежности значений терм-множества для каждой из лингвистических переменных.

Определение 8.4. В системах нечеткого вывода лингвистические переменные, которые используются в нечетких высказываниях подусловий правил нечетких продукций, часто называют *входными лингвистическими переменными*, а переменные, которые используются в нечетких высказываниях подзаключений правил нечетких продукций, часто называют *выходными лингвистическими переменными*.

Таким образом, при задании или формировании базы правил нечетких продукций необходимо определить: множество правил нечетких продукций: $P = \{R_1, R_2, \dots, R_n\}$ в форме (8.5), множество входных лингвистических переменных: $V = \{\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m\}$ и множество выходных лингвистических переменных: $W = \{w_1, w_2, \dots, w_s\}$. Тем самым база правил нечетких продукций считается заданной, если заданы множества P, V, W .

Таблица 8.1. Общепринятые сокращения для значений основных термов лингвистических переменных в системах нечеткого вывода

Символическое обозначение	Англоязычная нотация	Русскоязычная нотация
NB	Negative Big	Отрицательное большое
NM	Negative Middle	Отрицательное среднее
NS	Negative Small	Отрицательное малое
ZN	Zero Negative	Отрицательное близкое к нулю
Z	Zero	Нуль, близкое к нулю

ZP	Zero Positive	Положительное близкое к нулю
PS	Positive Small	Положительное малое
PM	Positive Middle	Положительное среднее
PB	Positive Big	Положительное большое

Напомним, что входная $\beta_i \in V$ или выходная $w_j \in W$ лингвистическая переменная считается заданной или определенной, если для нее определено базовое терм-множество с соответствующими функциями принадлежности каждого терма, а также две процедуры G и M . Наиболее распространенным случаем является использование в качестве функций принадлежности термов треугольных или трапециевидных функций принадлежности, рассмотренных в лекции 3. При этом для удобства записи применяют специальные сокращения для наименования отдельных термов входных и выходных лингвистических переменных (табл. 8.1).

На формирование базы правил систем нечеткого вывода часто оказывают влияние некоторые дополнительные факторы, которые определяются спецификой решаемой задачи или используемого алгоритма нечеткого вывода. Эти специфические особенности и соответствующие им требования, предъявляемые к базе правил, будут отмечены ниже при рассмотрении алгоритмов вывода и примеров систем нечеткого управления в разд. 8.4.

Фаззификация (Fuzzification)

В контексте нечеткой логики под *фаззификацией* понимается не только отдельный этап выполнения нечеткого вывода, но и собственно процесс или процедура нахождения значений функций принадлежности нечетких множеств (термов) на основе обычных (не нечетких) исходных данных. Фаззификацию еще называют *введением нечеткости*.

Целью этапа фаззификации является установление соответствия между конкретным (обычно — численным) значением отдельной входной переменной системы нечеткого вывода и значением функции принадлежности соответствующего ей терма входной лингвистической переменной. После завершения этого этапа для всех входных переменных должны быть определены конкретные значения функций принадлежности по каждому из лингвистических термов, которые используются в подусловиях базы правил системы нечеткого вывода.

Формально процедура фаззификации выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными конкретные значения всех входных переменных системы нечеткого вывода, т. е. множество значений $V' = \{a_1, a_2, \dots, a_m\}$. В общем случае каждое $a_i \in X_i$, где X_i — универсум лингвистической переменной β_i . Эти значения могут быть получены либо от датчиков, либо некоторым другим, внешним по отношению к системе нечеткого вывода способом.

Далее рассматривается каждое из подусловий вида " β_i есть α " правил системы нечеткого вывода, где α — некоторый терм с известной функцией принадлежности $\mu(x)$. При этом значение a_i используется в качестве аргумента $\mu(x)$, тем самым находится количественное значение $b'_i = \mu(a_i)$. Это значение и является результатом фаззификации подусловия " β_i есть α ".

Этап фаззификации считается законченным, когда будут найдены все значения $b'_i = \mu(a_i)$ для каждого из подусловий всех правил, входящих в рассматриваемую базу правил системы нечеткого вывода. Это множество значений обозначим через $B = \{b'_i\}$. При этом если некоторый терм α лингвистической переменной β_i не присутствует ни в одном из нечетких высказываний, то соответствующее ему значение функции принадлежности не находится в процессе фаззификации.

Пример 8.3. Для иллюстрации выполнения этого этапа рассмотрим пример процесса фаззификации трех нечетких высказываний: "*скорость автомобиля малая*", "*скорость автомобиля средняя*", "*скорость автомобиля высокая*" для входной лингвистической переменной β_1 — скорость движения автомобиля (см. пример 6.1). Им соответствуют нечеткие высказывания первого вида: " β_1 есть α_1 ", " β_1 есть α_2 ", " β_1 есть α_3 ". Предположим, что теку-

щая скорость автомобиля равна 55 км/ч, т.е. $a_1 = 55$ км/ч.

Тогда фаззификации первого нечеткого высказывания дает в результате число 0, которое означает его степень истинности и получается подстановкой значения $a_1 = 55$ км/ч в качестве аргумента функции принадлежности терма α_1 (рис. 8.4, а). Фаззификация второго нечеткого высказывания дает в результате число 0.67 (приближенное значение), которое означает его степень истинности и получается подстановкой значения $a_1 = 55$ км/ч в качестве аргумента функции принадлежности терма α_2 (рис. 8.4, б). Фаззификация третьего нечеткого высказывания дает в результате число 0, которое означает его степень истинности и получается подстановкой значения $a_1 = 55$ км/ч в качестве аргумента функции принадлежности терма α_3 (рис. 8.4, в).

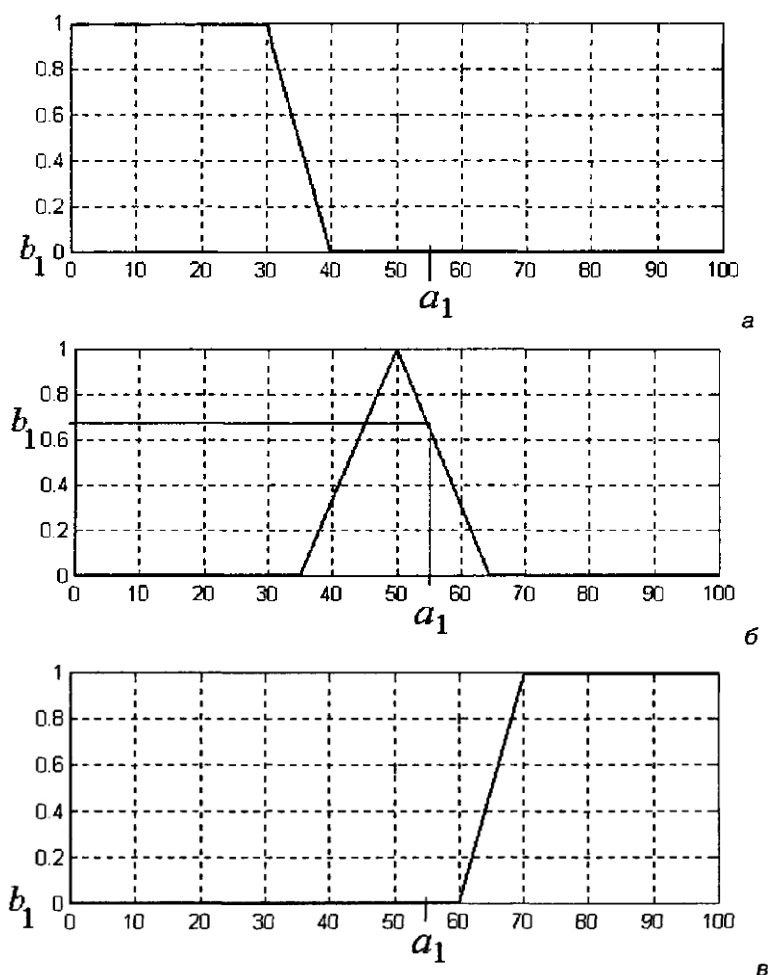


Рис. 8.4. Пример фаззификации входной лингвистической переменной "скорость автомобиля" для трех нечетких высказываний

Агрегирование (Aggregation)

Агрегирование представляет собой процедуру определения степени истинности условий по каждому из правил системы нечеткого вывода.

Формально процедура агрегирования выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными значения истинности всех подусловий системы нечеткого вывода, т. е. множество значений $B = \{b_i\}$. Далее рассматривается каждое из условий правил системы нечеткого вывода. Если условие правила представляет собой нечеткое высказывание вида 1 или 2, то степень его истинности равна соответствующему значению b_i .

Если же условие состоит из нескольких подусловий вида (8.2), причем лингвистические переменные в подусловиях попарно не равны друг другу, то определяется степень истинности сложного высказывания на основе известных значений истинности подусловий. При этом для определения результата нечеткой конъюнкции или связки "И" может быть использована одна из формул (7.2)—(7.4), а для определения результата нечеткой дизъюнкции или

связки "ИЛИ" может быть использована одна из формул (7.5)—(7.7). При этом значения b_i' используются в качестве аргументов соответствующих логических операций. Тем самым находят количественные значения истинности всех условий правил системы нечеткого вывода.

Этап агрегирования считается законченным, когда будут найдены все значения b_i'' для каждого из правил R_k , входящих в рассматриваемую базу правил P системы нечеткого вывода. Это множество значений обозначим через $B'' = \{b_1'', b_2'', \dots, b_n''\}$

Пример 8.4. Для иллюстрации выполнения этого этапа рассмотрим пример процесса агрегирования двух нечетких высказываний: "скорость автомобиля средняя" И "кофе горячий" и "скорость автомобиля средняя" ИЛИ "кофе горячий" для входной лингвистической переменной β_1 — скорость движения автомобиля и β_2 — температура кофе. Предположим, что текущая скорость автомобиля равна 55 км/ч, т. е. $a_1 = 55$ км/ч, а температура кофе равна $a_2 = 70^\circ\text{C}$.

Тогда агрегирование первого нечеткого высказывания с использованием операции нечеткой конъюнкции (7.2) дает в результате число $b_1'' = 0.67$ (приближенное значение), которое означает его степень истинности и получается как минимальное из значений 0.67 и 0.8 (рис. 7.5, а). Агрегирование второго нечеткого высказывания с использованием операции нечеткой дизъюнкции (7.5) дает в результате число $b_2'' = 0.8$, которое означает его степень истинности и получается как максимальное из значений 0.67 и 0.8 (рис. 7.5, б).

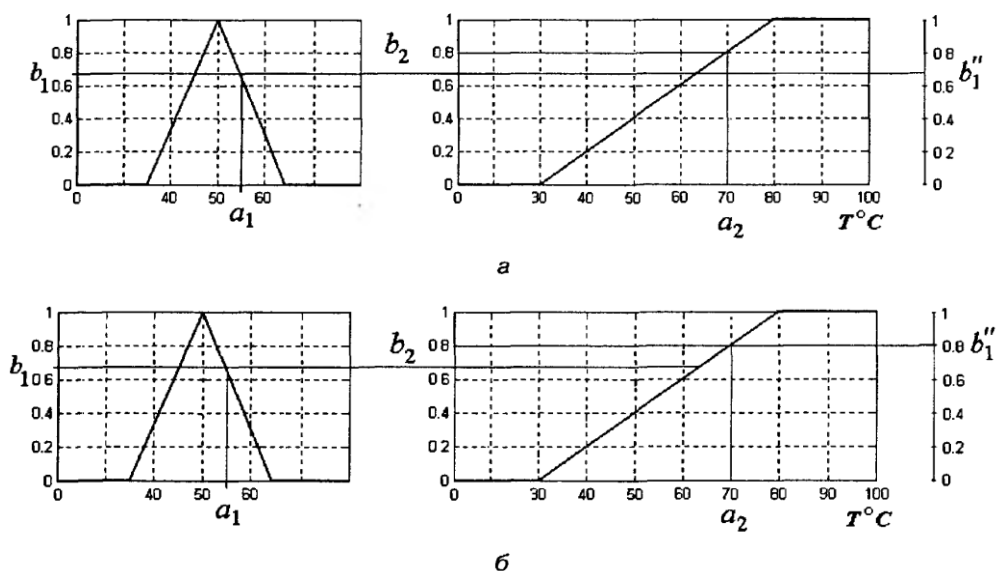


Рис. 8.5. Примеры агрегирования подусловий для двух нечетких высказываний "скорость автомобиля средняя" И "температура кофе высокая" (а) и "скорость автомобиля средняя" ИЛИ "температура кофе высокая" (б)

Активизация (Activation)

Активизация в системах нечеткого вывода представляет собой процедуру или процесс нахождения степени истинности каждого из подзаключений правил нечетких продукций. Активизация в общем случае во многом аналогична композиции нечетких отношений, но не тождественна ей. Поскольку в системах нечеткого вывода используются лингвистические переменные, то формулы для нечеткой композиции теряют свое значение. В действительности при формировании базы правил системы нечеткого вывода задаются весовые коэффициенты F_i для каждого правила (по умолчанию предполагается, если весовой коэффициент не задан явно, то его значение равно 1).

Формально процедура активизации выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными значения истинности всех условий системы нечеткого вывода, т. е. множество значений $B'' = \{b_i''\}$ и значения весовых коэффициентов F_i для каж-

дого правила. Далее рассматривается каждое из заключений правил системы нечеткого вывода. Если заключение правила представляет собой нечеткое высказывание вида 1 или 2, то степень его истинности равна алгебраическому произведению соответствующего значения b_1'' на весовой коэффициент F_i .

Если же заключение состоит из нескольких подзаключений вида (8.3), причем лингвистические переменные в подзаключениях попарно не равны друг другу, то степень истинности каждого из подзаключений равна алгебраическому произведению соответствующего значения b_i'' на весовой коэффициент F_i . Таким образом, находятся все значения c_k степеней истинности подзаключений для каждого из правил R_k , входящих в рассматриваемую базу правил P системы нечеткого вывода. Это множество значений обозначим через $C = \{c_1, c_2, \dots, c_q\}$, где q — общее количество подзаключений в базе правил.

Примечание

При этом не исключается случай, когда весовой коэффициент F_i может быть задан индивидуально для отдельных подзаключений. При этом процедура активизации остается прежней.

После нахождения множества $C = \{c_1, c_2, \dots, c_q\}$ определяются функции принадлежности каждого из подзаключений для рассматриваемых выходных лингвистических переменных. Для этой цели можно использовать один из методов, являющихся модификацией того или иного метода нечеткой композиции:

min-активизация:

$$\mu'(y) = \min \{c_i, \mu(y)\} \quad (8.6)$$

prod-активизация:

$$\mu'(y) = c_i * \mu(y) \quad (8.7)$$

average-активизация:

$$\mu'(y) = 0.5 * (c_i + \mu(y)) \quad (8.8)$$

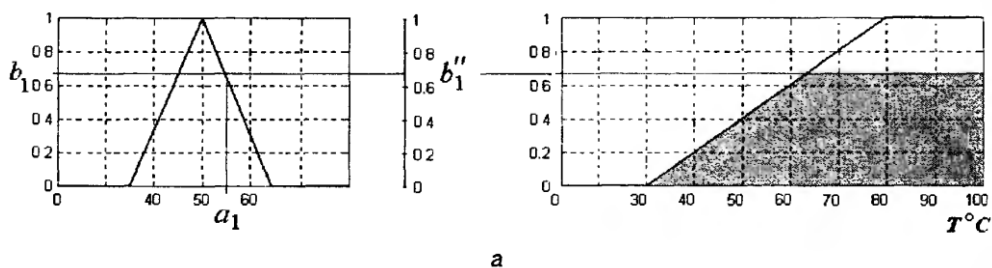
где $\mu(x)$ — функция принадлежности терма, который является значением некоторой выходной переменной w_j , заданной на универсуме Y .

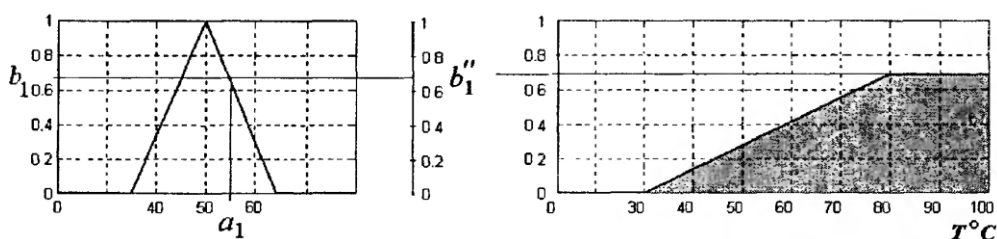
Этап активизации считается законченным, когда для каждой из выходных лингвистических переменных, входящих в отдельные подзаключения правил нечетких продукций, будут определены функции принадлежности нечетких множеств их значений, т. е. совокупность нечетких множеств: $C_1, C_2, \dots, C_q$, где q — общее количество подзаключений в базе правил системы нечеткого вывода.

Пример 8.5. Для иллюстрации выполнения этого этапа рассмотрим пример процесса активизации заключения в следующем правиле нечеткой продукции (это правило вряд ли имеет целевое применение и используется формальным образом):

ЕСЛИ "скорость автомобиля средняя" ТО "кофе горячий"

Входной лингвистической переменной в этом правиле является β_1 — скорость движения автомобиля, а выходной переменной является β_2 — температура кофе. Предположим, что текущая скорость автомобиля равна 55 км/ч, т. е. $a_1 = 55$ км/ч.





б

Рис. 8.6. Пример активизации заключения для правила нечеткой продукции

Поскольку агрегирование условия этого правила дает в результате $b_1' = 0.67$, а весовой коэффициент равен 1 (по умолчанию), то значение 0.67 будет использоваться в качестве c_1 для получения результата активизации. Результат, полученный методом min-активизации (8.6), изображен на рис. 8.6, а более темным цветом, а результат, полученный методом prod-активизации (8.7), изображен на рис. 7.6, б более темным цветом. Следует помнить, что в этом примере в отличие от предыдущего "температура кофе" — выходная лингвистическая переменная.

Аккумуляция (Accumulation)

Аккумуляция или аккумулярование в системах нечеткого вывода представляет собой процедуру или процесс нахождения функции принадлежности для каждой из выходных лингвистических переменных множества $W = \{w_1, w_2, \dots, w_s\}$.

Цель аккумуляции заключается в том, чтобы объединить или аккумуляровать все степени истинности заключений (подзаключений) для получения функции принадлежности каждой из выходных переменных. Причина необходимости выполнения этого этапа состоит в том, что подзаключения, относящиеся к одной и той же выходной лингвистической переменной, принадлежат различным правилам системы нечеткого вывода.

Формально процедура аккумуляции выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными значения истинности всех подзаключений для каждого из правил R_k , входящих в рассматриваемую базу правил P системы нечеткого вывода, в форме совокупности нечетких множеств: $C_1, C_2, \dots, C_q$, где q — общее количество подзаключений в базе правил. Далее последовательно рассматривается каждая из выходных лингвистических переменных $w_j \in W$ и относящиеся к ней нечеткие множества: $C_{j1}, C_{j2}, \dots, C_{jq}$. Результат аккумуляции для выходной лингвистической переменной w_j определяется как объединение нечетких множеств $C_{j1}, C_{j2}, \dots, C_{jq}$ по одной из формул.

Этап аккумуляции считается законченным, когда для каждой из выходных лингвистических переменных будут определены итоговые функции принадлежности нечетких множеств их значений, т. е. совокупность нечетких множеств: $C_1', C_2', \dots, C_s'$ где s — общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода.

Пример 8.6. Для иллюстрации выполнения этого этапа рассмотрим пример процесса аккумуляции заключений для трех нечетких множеств C_{11}, C_{12}, C_{13} , полученных в результате выполнения процедуры активизации для выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" в некоторой системе нечеткого вывода. Предположим, что функции принадлежности этих нечетких множеств изображены на рис. 8.7, а, б, в соответственно.

Аккумуляция этих функций принадлежности методом max-объединения нечетких множеств C_{11}, C_{12}, C_{13} по формуле (4.4) позволяет получить в результате функцию принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля", которая представлена на рис. 8.7, г. Эта функция принадлежности соответствует нечеткому множеству C_1' , приняв, что рассматриваемая выходная лингвистическая переменная есть w_1 .

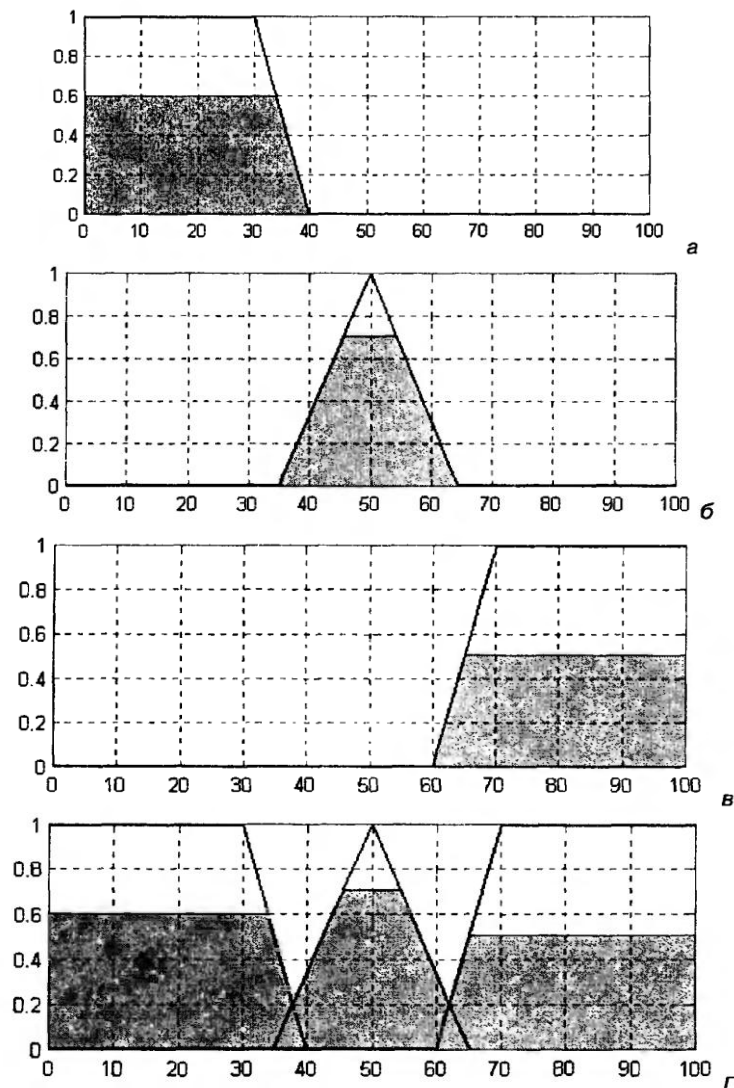


Рис. 8.7. Пример аккумуляции заключения для выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля"

Дефаззификация (Defuzzification)

Дефаззификация в системах нечеткого вывода представляет собой процедуру или процесс нахождения обычного (не нечеткого) значения для каждой из выходных лингвистических переменных множества $W = \{w_1, w_2, \dots, w_s\}$.

Цель дефаззификации заключается в том, чтобы, используя результаты аккумуляции всех выходных лингвистических переменных, получить обычное количественное значение (crisp value) каждой из выходных переменных, которое может быть использовано специальными устройствами, внешними по отношению к системе нечеткого вывода.

Действительно, применяемые в современных системах управления устройства и механизмы способны воспринимать традиционные команды в форме количественных значений соответствующих управляющих переменных. Именно по этой причине необходимо преобразовать нечеткие множества в некоторые конкретные значения переменных. Поэтому дефаззификацию называют также приведением к четкости.

Формально процедура дефаззификации выполняется следующим образом. До начала этого этапа предполагаются известными функции принадлежности всех выходных лингвистических переменных в форме нечетких множеств: $C_1', C_2', \dots, C_s'$, где s — общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода. Далее последовательно рассматривается каждая из выходных лингвистических переменных $w_j \in W$ относящиеся к ней нечеткое множество C_j' . Результат дефаззификации для выходной лин-

лингвистической переменной w_j , определяется в виде количественного значения $y_i \in R$, получаемого по одной из рассматриваемых ниже формул.

Этап дефаззификации считается законченным, когда для каждой из выходных лингвистических переменных будут определены итоговые количественные значения в форме некоторого действительного числа, т. е. в виде $y_1, y_2, \dots, y_s$, где s — общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода.

Для выполнения численных расчетов на этапе дефаззификации могут быть использованы следующие формулы, получившие название *методов дефаззификации*.

Метод центра тяжести

Центр тяжести (CoG, COG, Centre of Gravity) или центроид площади рассчитывается по формуле:

$$y = \frac{\int_{Min}^{Max} x * \mu(x) dx}{\int_{Min}^{Max} \mu(x) dx}, \quad (8.9)$$

В формуле используются следующие обозначения: y — результат дефаззификации; x — переменная, соответствующая выходной лингвистической переменной w ; $\mu(x)$ — функция принадлежности нечеткого множества, соответствующего выходной переменной w после этапа аккумуляции; Min и Max — левая и правая точки интервала носителя нечеткого множества рассматриваемой выходной переменной w .

При дефаззификации методом центра тяжести обычное (не нечеткое) значение выходной переменной равно абсциссе центра тяжести площади, ограниченной графиком кривой функции принадлежности соответствующей выходной переменной.

Пример дефаззификации методом центра тяжести функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" изображен на рис. 8.8. В этом случае $y_1=40$ км/ч (приближенное значение).

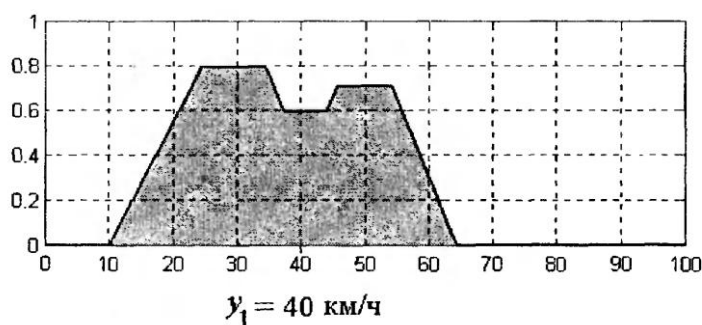


Рис. 8.8. Пример дефаззификации выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" методом центра тяжести

Метод центра тяжести для одноточечных множеств

Центр тяжести (COGS, Centre of Gravity for Singletons) для одноточечных множеств рассчитывается по формуле:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i * \mu(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)}, \quad (8.10)$$

где n — число одноточечных (одноэлементных) нечетких множеств, каждое из которых характеризует единственное значение рассматриваемой выходной лингвистической переменной.

Пример дефаззификации методом центра тяжести для одноточечных множеств функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" изображен на рис. 8.9. В этом случае $y_1=41$ км/ч (приближенное значение).

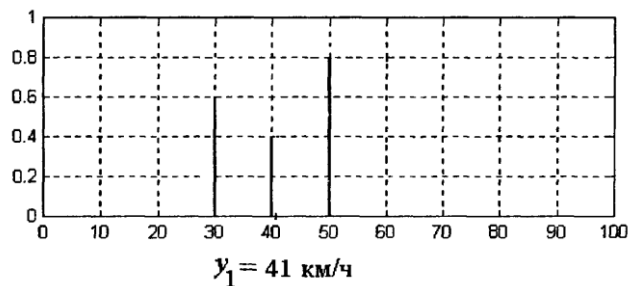


Рис. 8.9. Пример дефаззификации выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" методом центра тяжести для одноточечных множеств

Метод центра площади

Центр площади (CoA, COA, Centre of Area, Bisector of Area) равен $y = u$, где значение u определяется из уравнения:

$$\int_{Min}^u \mu(x) dx = \int_u^{Max} \mu(x) dx, \quad (8.11)$$

Другими словами, центр площади равен абсциссе, которая делит площадь, ограниченную графиком кривой функции принадлежности соответствующей выходной переменной, на две равные части. Иногда центр площади называют биссектрисой площади. Этот метод не может быть использован в случае одноточечных множеств.

Пример дефаззификации методом центра площади функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" изображен на рис. 8.10. В этом случае $y_1 = 35$ км/ч (приближенное значение).

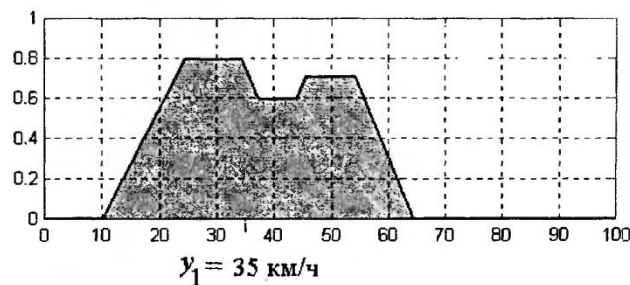


Рис. 8.10. Пример дефаззификации выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" методом центра площади

Метод левого модального значения

Левое модальное значение (LM, Left Most Maximum) рассчитывается по формуле:

$$y = \min\{x_m\}, \quad (8.12)$$

где x_m — модальное значение (мода) нечеткого множества, соответствующего выходной переменной w после аккумуляции.

Другими словами, значение выходной переменной определяется как мода нечеткого множества для соответствующей выходной переменной или наименьшая из мод (самая левая), если нечеткое множество имеет несколько модальных значений.

Пример дефаззификации методом левого модального значения функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" изображен на рис. 8.11. В этом случае $y_1 = 24$ км/ч (приближенное значение).

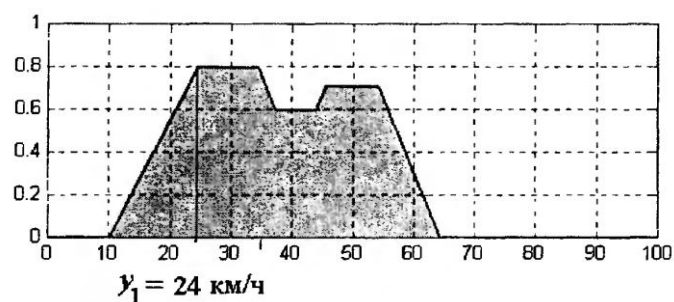


Рис. 8.11. Пример дефазификации выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" методом левого модального значения

Метод правого модального значения

Правое модальное значение (RM, Right Most Maximum) рассчитывается по формуле:

$$y = \max\{x_m\}, \quad (8.13)$$

где x_m — модальное значение (мода) нечеткого множества для выходной переменной со сле аккумуляции.

В этом случае значение выходной переменной также определяется как мода нечеткого множества для соответствующей выходной переменной или наибольшая из мод (самая правая), если нечеткое множество имеет несколько модальных значений.

Пример дефазификации функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" изображен на рис. 8.12. В этом случае $y_1=54 \text{ км/ч}$ (приближенное значение) методом правого модального значения.

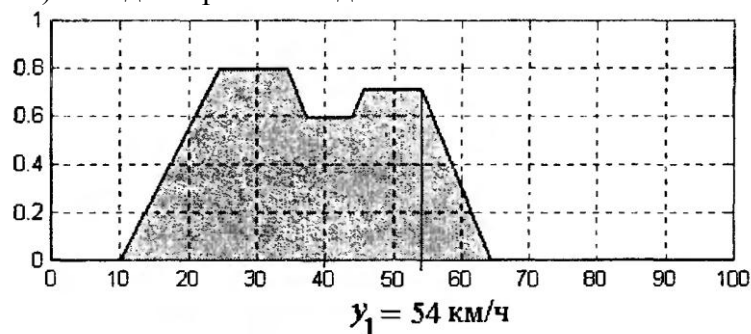


Рис. 8.12. Пример дефазификации выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" методом правого модального значения

Литература:

Леоненков А. В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. — СПб.: БХВ Петербург, 2005. — 736 с.: ил.